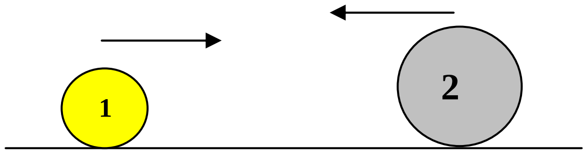
ESERCITAZIONE FINALE

❶ Le due biglie di figura si urtano in modo *unidimensionale.*
I dati iniziali sono:

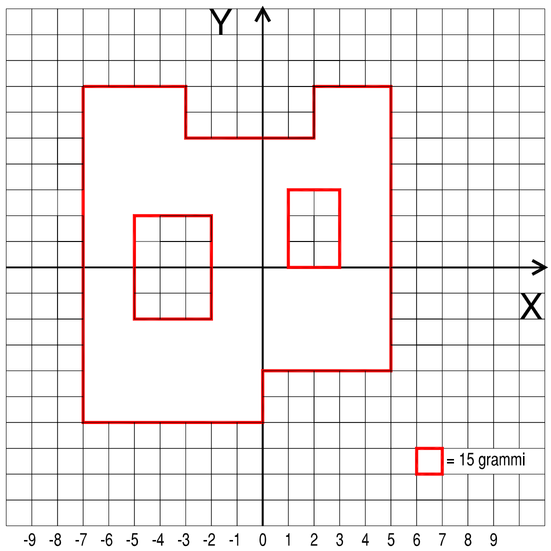
m_1= 4,0 kg m_2= 8,0 kg
$v_{1,i}$= 8,0 m/s $v_{2,i}$= 5,0 m/s



Calcolare la velocità finale nel caso di urto **PERFETTAMENTE ELASTICO**
Calcolare la velocità finale nel caso di urto **PERFETTAMENTE ANELASTICO**

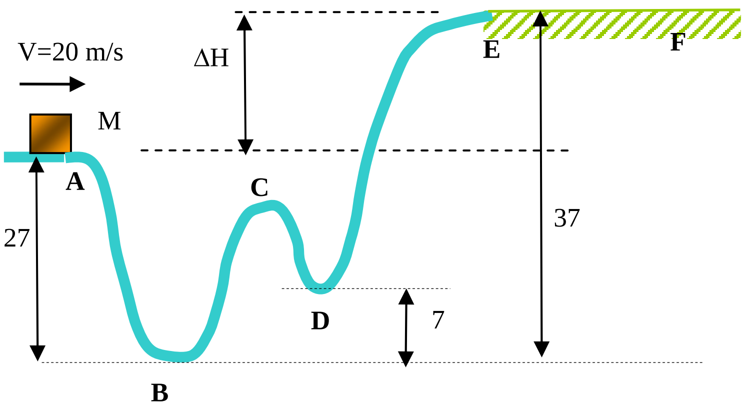
❷ E'data la seguente lamina metallica omogenea con contorno irregolare. La lamina presenta due zone forate. L'unità di misura è in centimetri. Ogni centimetro quadrato ha massa 15 grammi.

Calcolare la posizione del baricentro della lamina nel sistema di riferimento indicato in figura.



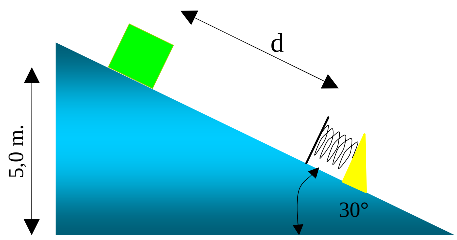
❸ La massa M=12,375 kg percorre la pista priva di attrito ABCDE e poi attraversa la zona rettilinea EF con coefficiente di attrito dinamico f_d=0,20
Inizialmente la massa è in A con velocità **V=20 m/s**

1. Determinare lo spazio percorso EF dalla massa M prima di fermarsi.
2. Calcolare le velocità nei punti B e D
3. Aumentando la velocità iniziale cosa accade per lo spazio percorso EF?
4. Qual è la velocità minima che M dovrebbe avere in A per poter raggiungere E?



❹ E' data la massa m=10,629 kg sul piano inclinato come in figura a lato.
La massa inizialmente è ferma alla distanza **d** dalla molla. Viene lasciata scivolare sul piano inclinato e si ferma momentaneamente quando la molla di costante elastica 1500 N/m si accorcia di 25 cm rispetto alla sua posizione di equilibrio. **Piano privo di attrito**

1. Calcolare il valore della distanza **d**.
2. Dopo che si è momentaneamente arrestata la massa, per effetto della distensione della molla, risale sul piano inclinato. Che spazio percorrerà prima di fermarsi?



SOLUZIONI

❶ Le due biglie di figura si urtano in modo *unidimensionale*.

I dati iniziali sono: $m_1= 4{,}0$ kg $m_2= 8{,}0$ kg $v_{1,i}= 8{,}0$ m/s $v_{2,i}= 5{,}0$ m/s

Calcolare la velocità finale nel caso di urto **PERFETTAMENTE ELASTICO**

Si conserva l'energia cinetica $\begin{cases} m_1 v_{1,i} + m_2 v_{2,i} = m_1 v_{1,f} + m_2 v_{2,f} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1,i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2,i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1,f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2,f}^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 32 - 40 = 4{,}0 v_{1,f} + 8{,}0 v_{2,f} \\ 128 + 100 = 2{,}0 v_{1,f}^2 + 4{,}0 v_{2,f}^2 \end{cases}$ semplificando $\Rightarrow \begin{cases} -2{,}0 = v_{1,f} + 2{,}0 v_{2,f} \\ 114 = v_{1,f}^2 + 2{,}0 v_{2,f}^2 \end{cases}$ si ha

$\begin{cases} v_{1,f} = -9{,}3333 m/s \\ v_{2,f} = +3{,}6666 m/s \end{cases}$ e $\begin{cases} v_{1,f} = 8{,}0 m/s \\ v_{2,f} = -5{,}0 m/s \end{cases}$ che si scarta perché sono le velocità iniziali

Calcolare la velocità finale nel caso di urto **PERFETTAMENTE ANELASTICO**

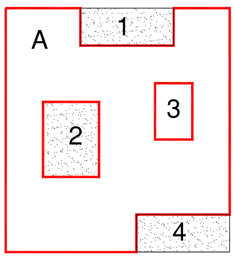
NON si conserva l'energia cinetica ma è $v_{1,f} = v_{2,f} = V_f$ si ha

$m_1 v_{1,i} + m_2 v_{2,i} = m_1 V_f + m_2 V_f$ ovvero $32 - 40 = 12 V_f \Rightarrow V_f = -0{,}666 m/s$

❷ - E'data la seguente lamina metallica omogenea con contorno irregolare. La lamina presenta due zone forate. L'unità di misura è in centimetri. Ogni centimetro quadrato ha massa 15 grammi.

Calcolare la posizione del baricentro della lamina nel sistema di riferimento indicato in figura.

Considerando il seguente schema con le aree 1,2,3 e 4 di massa negativa si ha



N	+/-	L1	L2	Area	Massa	x	y	Massa*x	Massa*y
A	1	13	12	156	2340	-1	0,5	-2340	1170
1	-1	2	5	-10	-150	-0,5	6	75	-900
2	-1	3	4	-12	-180	-3,5	0	630	0
3	-1	3	2	-6	-90	2	1,5	-180	-135
4	-1	2	5	-10	-150	2,5	-5	-375	750
					1770			-2190	885

x_{cm}	y_{cm}
-1,237288	**0,5**

❸ La massa M=12,375 kg percorre la pista priva di attrito ABCDE e poi attraversa la zona rettilinea EF con attrito con coefficiente di attrito dinamico f_d=0,20 . Inizialmente la massa è in A con velocità **V=20 m/s**

Determinare lo spazio percorso EF percorso dalla massa M prima di fermarsi.

La massa m scendendo sulla pista senza attrito perde energia potenziale ed acquisisce energia cinetica. In B si ha il massimo di E. cinetica. Risalendo verso E l'E. cinetica diminuisce ma aumenta quella potenziale.

Si può scrivere per la conservazione dell'energia totale (K energia cinetica, U energia potenziale) $K_A + U_A = K_E + U_E$

Scegliendo come piano di riferimento per il calcolo dell'energia potenziale quello che passa per A si può scrivere:

	$\frac{1}{2}m{v_A}^2+0=\frac{1}{2}m{v_E}^2+mg\Delta H \Rightarrow \frac{1}{2}m{v_E}^2=\frac{1}{2}m{v_A}^2-mg\Delta H \Rightarrow$ ${v_E}^2={v_A}^2-2g\Delta H \Rightarrow v_E=\sqrt{{v_A}^2-2g\Delta H}$ Ovvero $v=\sqrt{400-2\times 9{,}8\times(37-27)}=14{,}282\frac{m}{s}$ Nel tratto EF interviene l'attrito dinamico $\mathrm{F_a}=\mathrm{m}\cdot\mathrm{g}\cdot f_d$ La decelerazione vale $\mathrm{a}=\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{m}}=g\cdot f_d$ Lo spazio di frenata si ottiene dalle equazioni del moto R.U.A. $\begin{cases} s=s_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \\ v_f=v_0+at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s=v_0t-\frac{1}{2}g\cdot f_d t^2 \\ 0=v_0-g\cdot f_d\cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s=14{,}282t-0{,}98t^2 \\ 0=14{,}282-1{,}96\cdot t \end{cases}$ Da cui $\begin{cases} s=52 \\ t=7{,}287 \end{cases}$ **Oppure in alternativa** uguagliando l'energia cinetica in E con il lavoro compiuto dalla forza di attrito $K_E=L_{ATTRITO}$ $\frac{1}{2}mv_E^2=(m\cdot g\cdot f_d)s \Rightarrow s=\frac{v_E^2}{2\cdot g\cdot f_d}=\frac{{v_A}^2-2g\Delta H}{2\cdot g\cdot f_d}=\frac{20^2-2\cdot 9{,}8\cdot 10}{2\cdot 9{,}8\cdot 0{,}20}=52{,}04..m$
Calcolare le velocità nei punti B e D	Si può scrivere per la conservazione dell'energia totale (K energia cinetica, U energia potenziale) $K_A+U_A=K_B+U_B$ Scegliendo come piano di riferimento per il calcolo dell'energia potenziale quello che passa per B si può scrivere: $\frac{1}{2}m{v_A}^2+mgH_A=\frac{1}{2}m{v_B}^2+0 \Rightarrow {v_B}^2={v_A}^2+2gH_A \Rightarrow v_B=\sqrt{{v_A}^2+2gH_A}$ Infine $v_B=\sqrt{400+2\cdot 9{,}8\cdot 27}\cong 30{,}48\frac{m}{s}$ Nel punto D $K_A+U_A=K_D+U_D$ Scegliendo come piano di riferimento per il calcolo dell'energia potenziale quello che passa per D si può scrivere: $\frac{1}{2}m{v_A}^2+mg(H_A-H_D)=\frac{1}{2}m{v_D}^2+0 \Rightarrow {v_D}^2={v_A}^2+2g(H_A-H_D) \Rightarrow$ $\Rightarrow v_B=\sqrt{{v_A}^2+2g(H_A-H_D)} \Rightarrow v_B=\sqrt{400+2\cdot 9{,}8\cdot(27-7)}\cong 28{,}14\frac{m}{s}$
Aumentando la velocità iniziale cosa accade per lo spazio percorso EF?	Aumenta infatti: $\begin{cases} s=v_0t-\frac{1}{2}g\cdot f_d t^2 \\ 0=v_0-g\cdot f_d\cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s=\frac{{v_0}^2}{2\cdot g\cdot f_d} \\ t=\frac{v_0}{g\cdot f_d} \end{cases}$
Qual è la velocità minima che M dovrebbe avere in A per poter raggiungere E?	Si può scrivere per la conservazione dell'energia totale (K energia cinetica, U energia potenziale) $K_A+U_A=K_E+U_E$ Se v=0 in E la'energia CINETICA deve essere nulla. Scegliendo come piano di riferimento per il calcolo dell'energia potenziale quello che passa per A si può scrivere: $\frac{1}{2}m{v_A}^2+0=0+mg\Delta H \Rightarrow \frac{1}{2}m{v_A}^2=mg\Delta H \Rightarrow {v_A}^2=2g\Delta H \Rightarrow v_A=\sqrt{2g\Delta H}$ Ovvero $v_A=\sqrt{2\times 9{,}8\times(37-27)}=14{,}00\frac{m}{s}$

<table>
<tr><td colspan="2">❹ - E’ data la massa m=10,629 kg sul piano inclinato come in figura a lato.
La massa inizialmente è ferma alla distanza d dalla molla. Viene lasciata scivolare sul piano inclinato e si ferma momentaneamente quando la molla di costante elastica 1500 N/m si accorcia di 25 cm rispetto alla sua posizione di equilibrio. Piano privo di attrito</td></tr>
<tr><td>Calcolare il valore della distanza d.</td><td>Vale la conservazione dell’energia. L’energia potenziale gravitazionale diventa energia potenziale elastica $mgH \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2$
Si può scrivere per la conservazione dell’energia totale (K energia cinetica, U energia potenziale)
$K_i + U_i = K_f + U_f$ da cui $0 + mgH = \frac{1}{2}kx^2 + 0 \quad \Rightarrow \quad H = \frac{kx^2}{2mg} \quad \Rightarrow$ Lo spazio S percorso dalla massa m sul piano inclinato è $S = \frac{H}{\sin 30°} \quad \Rightarrow$
$S \cdot = \frac{kx^2}{2mg \cdot \sin 30°} = \frac{1500 \cdot 0,25^2}{2 \cdot 10,629 \cdot 9,8 \cdot \sin 30°} = ',900021312 \cong 0,90$ m
Ma lo spazio S comprende anche l’accorciamento x della molla ovvero
$d + x = 0,90 \Rightarrow d = 0,90 - x = 0,65$ m</td></tr>
<tr><td>Dopo che si è momentaneamente arrestata la massa, per effetto della distensione della molla, risale sul piano inclinato. Che spazio percorrerà prima di fermarsi?</td><td>Il sistema è conservativo, la massa ritorna al punto di partenza cioè d=0,65 metri</td></tr>
</table>