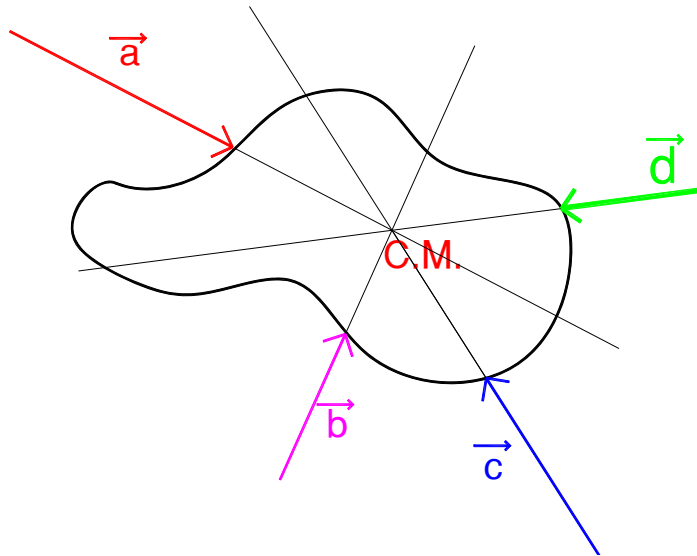


U.D.A. – EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO

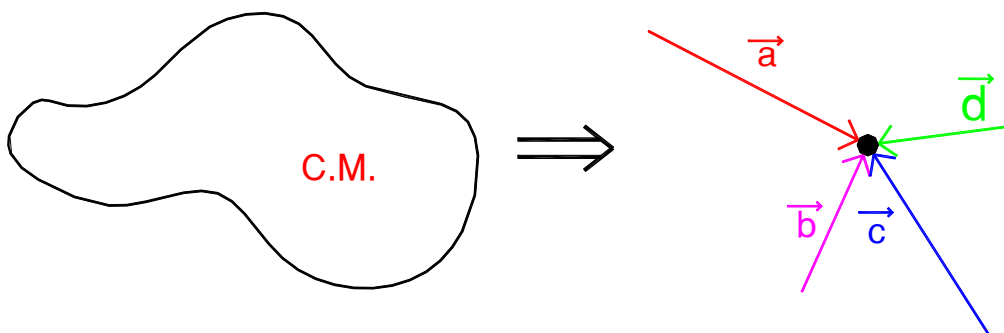
In questa lezione vediamo quali sono le condizioni per cui un corpo rimane in equilibrio STATICO (non si muove)

Come si applicano le forze ad un corpo rigido?

1) Nel caso più semplice le rette che contengono le forze applicate al corpo CONVERGONO IN UN UNICO PUNTO detto centro di massa.



In questo caso è possibile considerare il corpo rigido non più come esteso ma come un PUNTO GEOMETRICO che poiché è dotato di massa (materia) viene detto PUNTO MATERIALE (il punto è un ente geometrico astratto, in questo caso gli viene associata una massa ecco il significato di PUNTO MATERIALE)

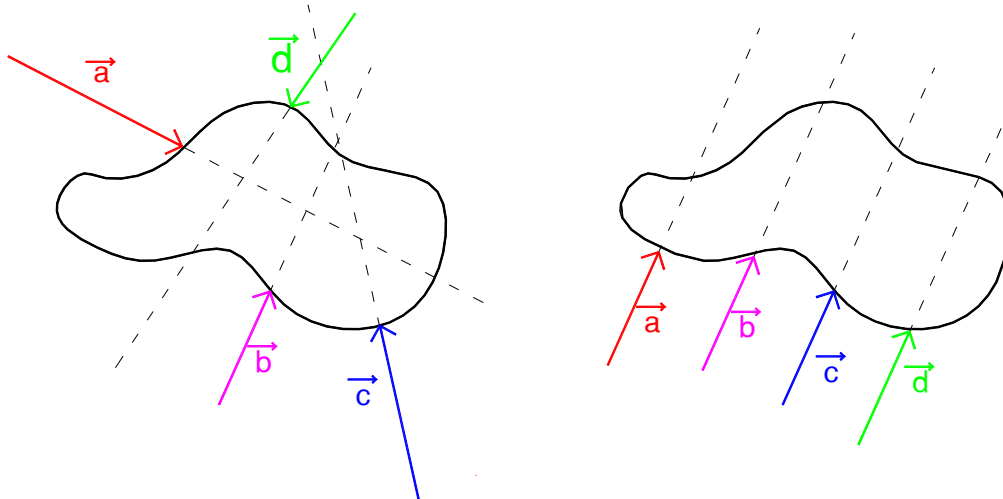


In questo caso la CONDIZIONE di EQUILIBRIO è che la somma di tutte le forze indicata con \vec{R} (risultante) sia uguale a zero

$$\sum \vec{F} = \vec{R} = 0$$

dove il simbolo Σ indica che bisogna fare una somma

2) Nel caso più generale le rette che contengono le forze applicate al corpo NON CONVERGONO in un unico punto e possono essere anche tutte parallele tra loro.

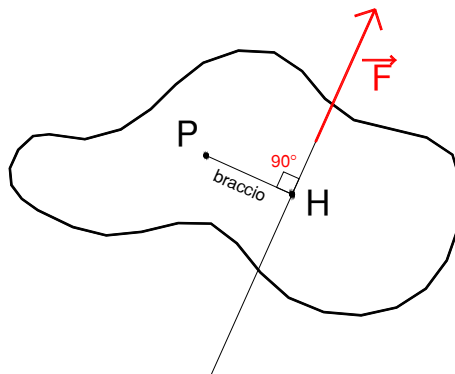


In questo caso il corpo RUOTA anche su stesso e non è applicabile la definizione di PUNTO MATERIALE.

E' necessario introdurre una nuova grandezza ovvero il MOMENTO di una FORZA (M).

Il Momento di una Forza

Il Momento di una forza è una grandezza VETTORIALE quindi \vec{M} il cui modulo è uguale al prodotto della Forza F per il braccio ovvero la **distanza tra il punto P e la retta che contiene la forza**



$$M = F \cdot b$$

Il punto P può essere qualsiasi quindi il valore del momento **non è unico** e ciò vuol dire che avendo una forza \vec{F} non abbiamo automaticamente un valore del momento M.

Negli esercizi applicativi in fisica il punto P viene scelto in coincidenza del punto intorno a cui il corpo ruota che appunto viene detto centro di rotazione (CR o semplicemente C). Per esempio i cardini delle porte e delle finestre, il centro delle ruote di auto e biciclette ecc.

Se una forza viene applicata in corrispondenza del centro di rotazione di un corpo NON SI PRODUCE nessun effetto: il corpo NON ruota.

Il momento M in questo caso è nullo perché il braccio è zero.

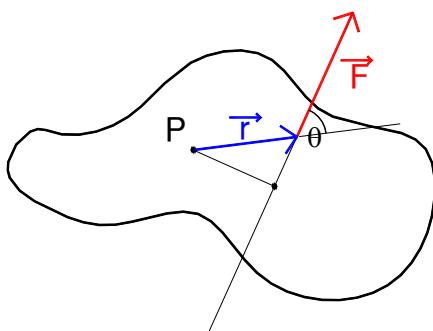
La condizione che esprime l'equilibrio alla rotazione è pertanto

$$\vec{M} = 0$$

APPROFONDIMENTO TEORICO sul Momento (questa parte può essere saltata)

Il momento risulta propriamente il **PRODOTTO VETTORIALE** tra il vettore \vec{r} che unisce il punto P con la coda del vettore \vec{F} e il medesimo vettore \vec{F} :

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

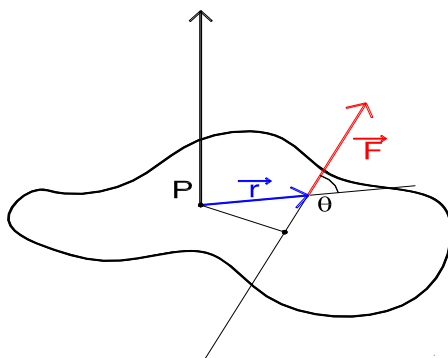


Il modulo del vettore \vec{M} vale:

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \theta$$

o più semplicemente $M = F \cdot r \cdot \sin \theta$

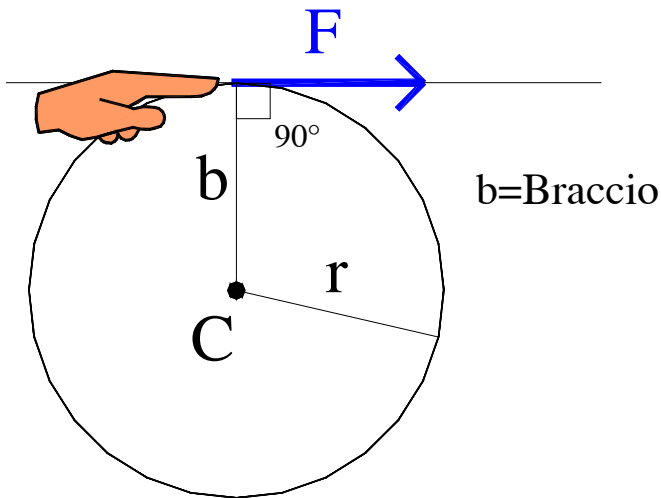
La direzione del vettore è una retta perpendicolare al piano che contiene i due vettori \vec{F} ed \vec{r} :



Il verso del vettore è ottenuto applicando varie regole su cui si può sorvolare perché il Momento pur essendo una grandezza vettoriale viene utilizzato *per ora* come una grandezza scalare.

Esempi pratici sul calcolo del momento

Un disco che può ruotare intorno al proprio centro C viene spinto come indicato in figura TANGENZIALMENTE. Il vettore F rappresenta la forza applicata. Per calcolare il momento si sceglie innanzitutto il centro C come punto rispetto al quale calcolarlo.



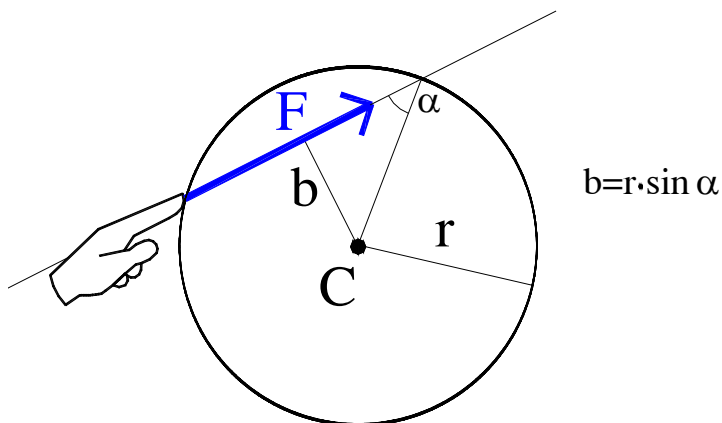
Il braccio è la distanza di C dalla retta che contiene il vettore F .
In questo caso risulta pari al raggio del disco

$$b = r$$

Il momento vale

$$M = F \cdot r$$

Se invece la spinta F sul disco è obliqua si ha la seguente situazione



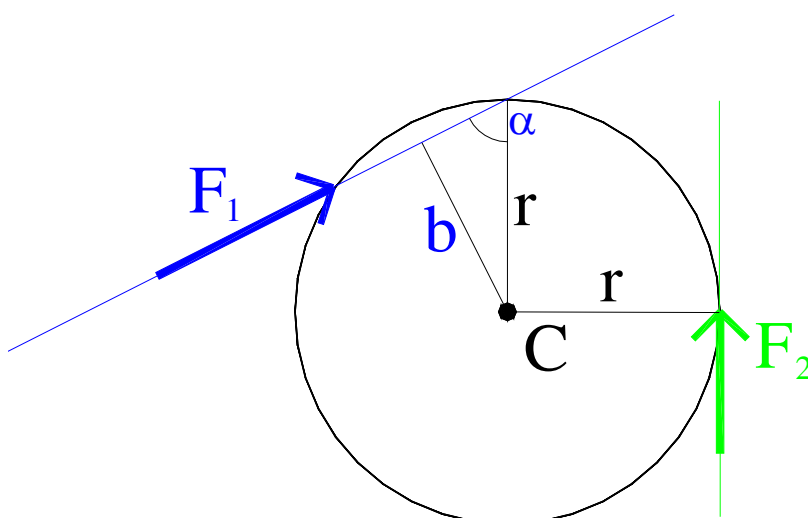
Il braccio è la distanza di C dalla retta che contiene il vettore F .
In questo caso risulta

$$b = r \sin \alpha$$

Il momento vale

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha$$

Sul disco sono applicate due forze



Per F_1 il braccio vale

$$b = r \sin \alpha$$

E il momento vale

$$M_1 = F_1 \cdot r \cdot \sin \alpha$$

Per F_2 il braccio vale

$$b = r$$

E il momento vale

$$M_2 = F_2 \cdot r$$

Per il momento totale occorre considerare che le due forze farebbero ruotare il disco in versi opposti quindi un momento deve essere considerato positivo e l'altro negativo.

Convenzionalmente le **rotazioni positive** sono quelle **antiorarie**

$$M_{TOTALE} = M_2 - M_1 = F_2 \cdot r - F_1 \cdot r \cdot \sin \alpha$$

Con $F_1=50 \text{ N}$ $F_2=20 \text{ N}$ $r=20 \text{ cm}$ $\alpha=30^\circ$

$$M_{TOTALE} = 20 \cdot 0,20 - 50 \cdot 0,20 \cdot \sin 30^\circ = 4 - 5 = -1 \text{ Nm}$$

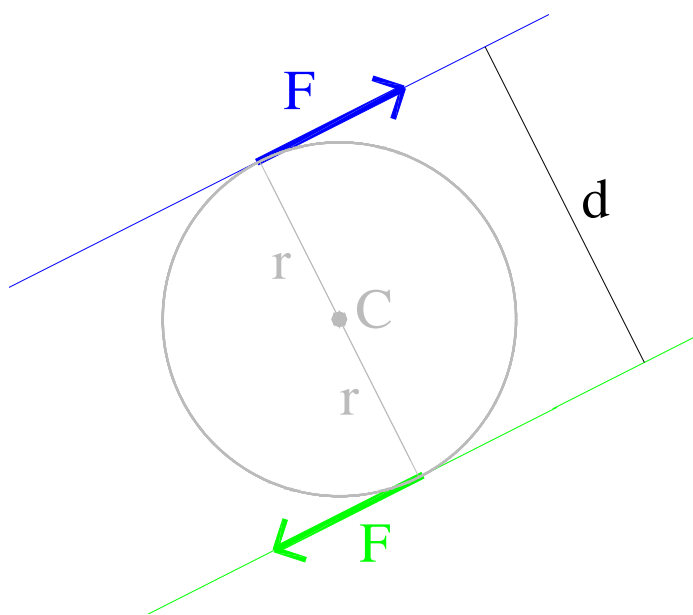
Il momento risultante è negativo quindi la rotazione sarà oraria.

Procedimento identico con più di due forze

COPPIA DI FORZE

Ultimo punto da vedere per il momento.

Due forze **OPPOSTE** quindi **UGUALI** in modulo, con la stessa direzione e verso **OPPOSTO** se agiscono su rette parallele danno luogo a una **COPPIA DI FORZE**



Pensando che le due forze agiscono **TANGENZIALMENTE** ad una circonferenza di raggio r si ha che per ogni forza

$$b = r$$

$$M = F \cdot r$$

$$M_{TOTALE} = M + M = 2F \cdot r$$

Oppure indicando con d la distanza tra le due rette

$$M_{TOTALE} = F \cdot d$$



Concludendo per un corpo rigido esteso che non si può ricondurre ad un PUNTO MATERIALE le condizioni per l'equilibrio statico sono due

$$\begin{cases} \vec{R} = 0 \\ \vec{M} = 0 \end{cases}$$

Queste condizioni, sia per il punto materiale che per il corpo esteso, vengono tradotte in relazioni matematiche che si chiamano EQUAZIONI

LA MATEMATICA NECESSARIA PER RISOLVERE I PROBLEMI DI FISICA.

Nota bene. La parte seguente non vuole sostituire l'insegnamento di matematica ma è solo una guida pratica per poter svolgere gli esercizi di fisica

Equazioni

Una equazione è una relazione con cui è possibile determinare il valore di una quantità incognita. In fisica abbiamo problemi in cui occorre determinare il valore di una forza, di una massa, di una velocità ecc, in matematica questa quantità viene indicata con una lettera generica di solito la x . Si presenta così

$$x + 8 = 40 - 7x$$

Metodo di risoluzione

Le quantità contenenti l'incognita x devono essere a sinistra del segno uguale (PRIMO MEMBRO) mentre le quantità non contenenti la x cioè i **termini noti** devono stare a destra del segno uguale (SECONDO MEMBRO).

Per spostarsi da un membro all'altro le quantità devono cambiare segno

Perciò $-7x$ passa dal secondo membro al primo diventando $+7x$

E $+8$ passa dal primo membro al secondo diventando -8

$$\begin{aligned} x + 7x &= 40 - 8 \\ 8x &= 32 \end{aligned}$$

Per ottenere il valore della x occorre dividere per il coefficiente della x sia il primo membro che il secondo

$$\frac{8x}{8} = \frac{32}{8} \rightarrow x = 4$$

Questo risolto era un esempio facile. Le difficoltà aumentano se i coefficienti sono frazionari

$$\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$$

Prima di procedere occorre fare l'M.C.D.

$$\frac{6x + 9}{12} = \frac{4x + 6}{12}$$

Moltiplicando per 12 ambedue i membri è possibile eliminare il denominatore

$$6x + 9 = 4x + 6$$

E a questo punto si può procedere come nell'esempio precedente

$$6x - 4x = 6 - 9$$

$$2x = -3$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

A volte le grandezze incognite sono più di una, 2, 3 e così via. Per indicare le altre quantità incognite si usano in sequenza la y , la z , la w ..

Per risolvere questi problemi bisogna avere un numero di relazioni equazioni pari al numero di incognite in gioco e queste equazioni costituiscono un SISTEMA di EQUAZIONI.

Per due incognite x ed y dovrò perciò avere DUE equazioni

Esempio

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ x + 3y = 17 \end{cases}$$

Questa peraltro è una condizione necessaria ma non sufficiente. Infatti:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ 9x + 12y = 78 \end{cases}$$

Si vede immediatamente che la seconda equazione è stata ottenuta dalla prima moltiplicando tutti i coefficienti per tre: questo sistema pur avendo un numero di equazioni pari al numero di incognite **non è risolubile**.

Risoluzione del sistema di equazioni

Per risolvere un sistema di equazioni esistono vari metodi, qui utilizziamo il *Metodo di Sostituzione*

Riprendendo il sistema precedente

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ x + 3y = 17 \end{cases}$$

Scegliamo una delle equazioni e all'interno una delle incognite: scegliamo la seconda e all'interno di questa la variabile x .

Nella seconda equazione la x viene trattata come incognita mentre la y viene (temporaneamente) considerata come un termine noto perciò dovrà essere portata al secondo membro

$$x + 3y = 17 \rightarrow x = 17 - 3y$$

Il valore della x trovato va sostituito (da qui il nome del metodo) nell'altra equazione

$$3x + 4y = 26 \rightarrow 3(17 - 3y) + 4y = 26$$

Cioè ci ritroviamo una equazione con la sola incognita y che può essere risolta come visto in precedenza

$$51 - 9y + 4y = 26$$

$$-9y + 4y = 26 - 51$$

$$-5y = -25$$

$$\frac{-5}{-5} y = \frac{-25}{-5}$$

$$y = 5$$

E la x ?

Sostituiamo il valore di y trovato nell'equazione della x

$$x = 17 - 3y \rightarrow x = 17 - 3 \cdot 5 = 17 - 15 = 2$$

Quindi le soluzioni sono

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

E se non avessimo scelto la seconda equazione l'incognita x sarebbe cambiato il risultato? ASSOLUTAMENTE NO ma si deve lavorare di più per ottenere il risultato. Vediamo perché.

Scegliamo la prima equazione del sistema e consideriamo la y come incognita e la x come termine noto

$$3x + 4y = 26 \rightarrow 4y = 26 - 3x \rightarrow y = \frac{26 - 3x}{4}$$

Sostituiamo il valore di y così trovato nell'altra equazione

$$x + 3y = 17 \rightarrow x + 3 \cdot \frac{26 - 3x}{4} = 17$$

Cioè ci ritroviamo una equazione con la sola incognita x che può essere risolta come visto in precedenza

$$x + 3 \cdot \frac{26 - 3x}{4} = 17$$

Si fa il M.C.D.

$$\frac{4x + 78 - 9x}{4} = \frac{68}{4}$$

Eliminando il denominatore

$$4x + 78 - 9x = 68$$

$$4x - 9x = 68 - 78$$

$$-5x = -10$$

$$\frac{-5}{-5}x = \frac{-10}{-2}$$

$$x = 2$$

E la y?

Sostituiamo il valore di x trovato nell'equazione della y

$$y = \frac{26 - 3x}{4} \rightarrow y = \frac{26 - 3 \cdot 2}{4} = \frac{26 - 6}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

Ovviamente le stesse soluzioni trovate in precedenza.

FAQ

Perché prima è stato più facile?

Perché abbiamo scelto una equazione dove il coefficiente dell'incognita era 1

Ma come faccio a sapere queste cose?

Esperienza = Fare molti esercizi

Ma se non ci sono coefficienti che valgono 1?

Dobbiamo comunque procedere scegliendo una qualsiasi equazione oppure applicando uno degli altri metodi

In alcuni esercizi di fisica può accadere che il sistema diventi estremamente semplice

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ 3x - 2 = 2x \end{cases}$$

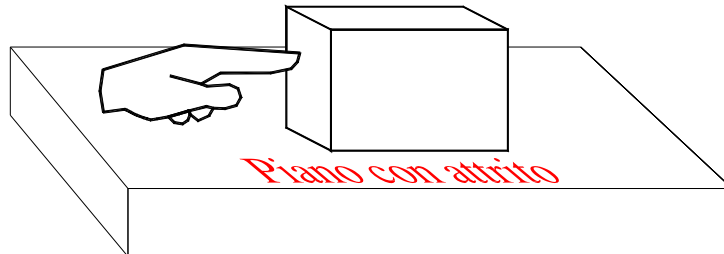
La seconda equazione contiene la sola variabile x , risolvendola si trova il valore 2 per la x da sostituire nella prima equazione.



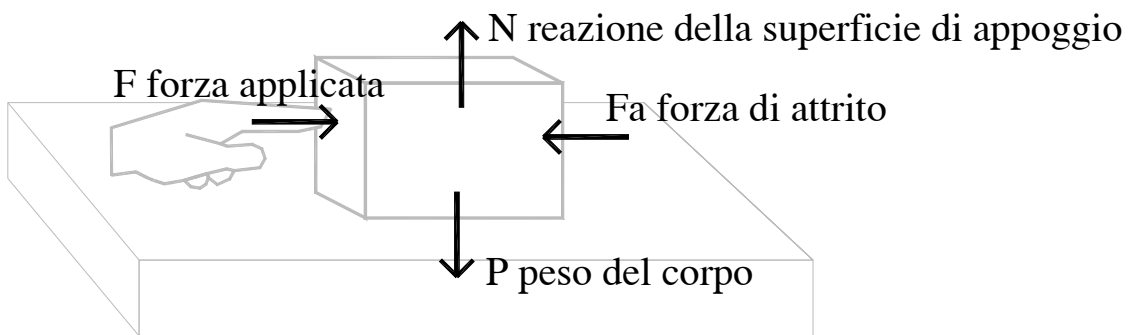
GLI ESERCIZI

DAL CASO REALE ALLO SCHEMA DEL CORPO LIBERO

Nell'analizzare un problema di fisica vanno considerate tutte le forze presenti. Abbiamo la situazione reale di una scatola spinta su un piano orizzontale che presenta attrito,



Le forze presenti sono rappresentate nella seguente figura. La forza di attrito si contrappone sempre al movimento che il corpo tende a compiere per effetto delle altre forze.

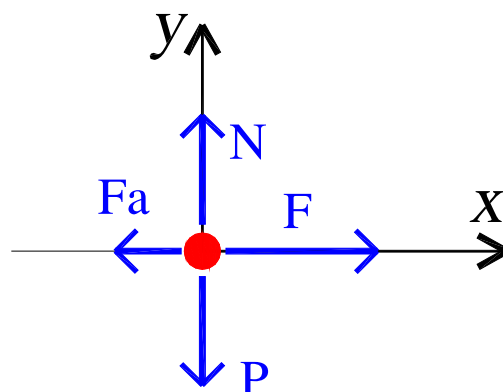


Tutti gli elementi "coreografici" vanno rimossi riducendo il corpo a punto materiale oppure "corpo rigido" quando può anche ruotare e vanno inserite le forze presenti per dare luogo allo "schema di corpo libero".

Si deve inoltre scegliere un sistema di riferimento cartesiano per poter operare sulle grandezze vettoriali usando le componenti.

Nel caso di esempio il corpo non ruota ed è possibile usare il "punto materiale" disegnato in rosso nella figura seguente.

Schema di corpo libero



Nella quasi totalità dei casi il sistema cartesiano di riferimento presenta l'asse X orizzontale e l'asse Y verticale.

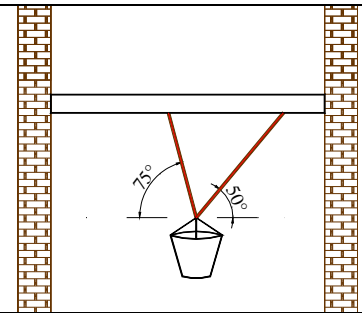


ESEMPI

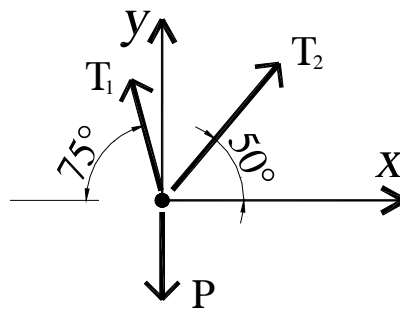
Corpo esteso riconducibile a PUNTO MATERIALE

CONDIZIONE $\sum \vec{F} = \vec{R} = 0$

Un vaso è appeso ad una trave tra due muri con due corde ideali (dunque prive di massa). Calcolare le tensioni nelle corde sapendo che la massa del vaso è 12 kg



Schema di corpo libero



Le tensioni T_1 e T_2 (le incognite del problema) vanno scomposte nelle loro componenti cartesiani. Le equazioni di equilibrio sono

$$R_x = 0 \rightarrow T_2 \cos 50^\circ - T_1 \cos 75^\circ = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow T_1 \sin 75^\circ + T_2 \sin 50^\circ - P = 0$$

Le due equazioni costituiscono in effetti un SISTEMA DI EQUAZIONI

$$\begin{cases} T_2 \cos 50^\circ - T_1 \cos 75^\circ = 0 \\ T_1 \sin 75^\circ + T_2 \sin 50^\circ - P = 0 \end{cases}$$

tuttavia si presenta in modo che può essere facilmente risolto.

Dalla prima equazione possiamo ricavare T_2

$$T_2 \cos 50^\circ - T_1 \cos 75^\circ = 0 \rightarrow 0,643T_2 = 0,259T_1$$

$$\text{Da cui } T_2 = 0,403 \cdot T_1$$

Sostituendo T_2 nella seconda equazione si ricava

$$T_1 \cdot \sin 75^\circ + (0,403T_1) \sin 50^\circ - 12 \cdot 9,80 = 0$$

$$0,966 \cdot T_1 + 0,309 \cdot T_1 = 117,60 \rightarrow 1,275 \cdot T_1 = 117,60$$

$$\text{ed infine } T_1 = 92,28$$

Sostituendo T_1 nella precedente relazione si ha

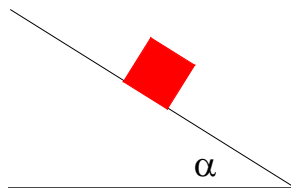
$$T_2 = 0,403 \cdot T_1 = 0,403 \cdot 92,28 = 37,19 \text{ N}$$

Un esempio con sistema di riferimento inclinato: il PIANO INCLINATO

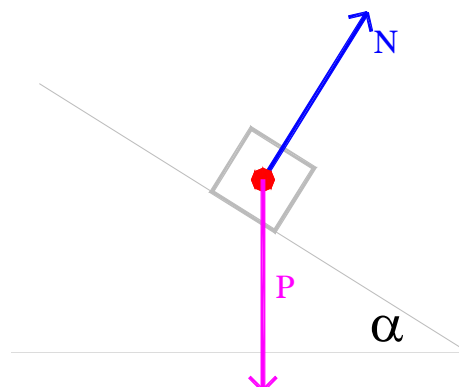
Corpo esteso riconducibile a PUNTO MATERIALE

$$\text{CONDIZIONE } \sum \vec{F} = \vec{R} = 0$$

Un corpo di massa m è posto su un piano inclinato di un angolo α rispetto al piano orizzontale .

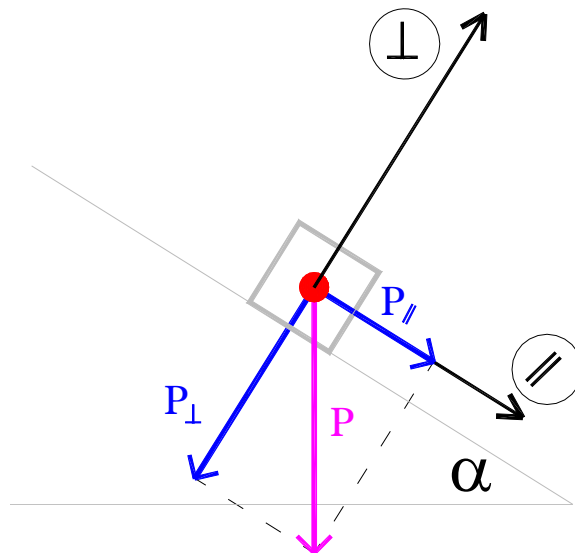


Il corpo è soggetto al peso $P=mg$ ed è presente la reazione N del piano di appoggio che può essere solamente perpendicolare al piano di appoggio.



I due vettori non possono farsi equilibrio.

Convienne introdurre un sistema di riferimento con un asse parallelo al piano inclinato e l'altro asse perpendicolare. E si considerano le componenti di P secondo queste due direzioni.

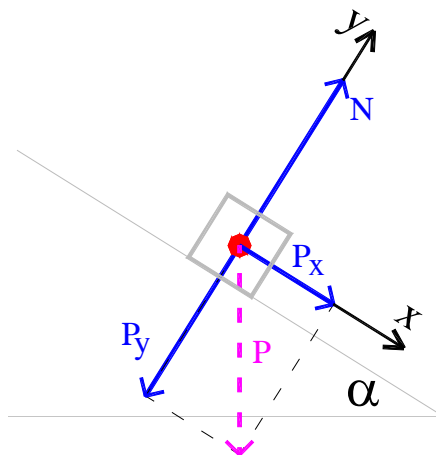


Le componenti sono:

$$P_{//} = \text{sen}\alpha$$

$$P_{\perp} = \text{cos}\alpha$$

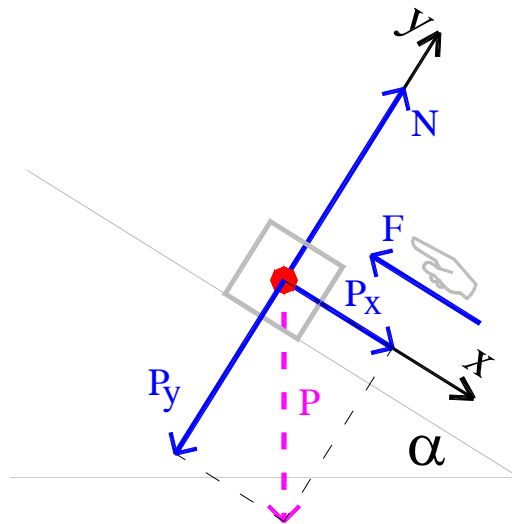
Introducendo il sistema di riferimento XY si ha la seguente situazione. Il vettore P non deve essere considerato perché lo sono le sue componenti P_x e P_y



L'equilibrio lungo la direzione y permette di ricavare che $N=P_y$

Ma la componente P_x non è equilibrata, pertanto la massa m scivola verso il basso a causa di P_x .

Per equilibrare P_x si deve allora applicare una forza F diretta come in figura. Un corpo di massa m è posto su un piano inclinato di un angolo α rispetto al piano orizzontale

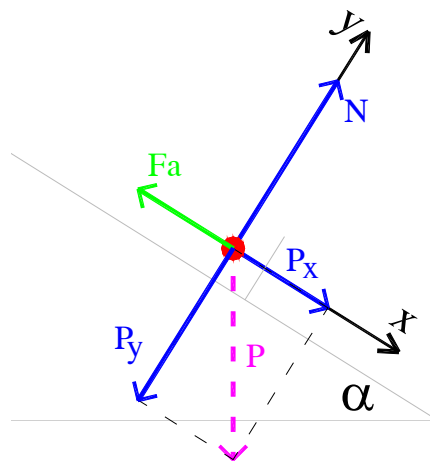


Pertanto

$$F = P_x$$

L'azione svolta dalla forza F può essere esplicitata anche dall'attrito F_a . Si ha la seguente situazione (come al solito P viene indicato ma non deve essere considerato perché sono presenti le sue componenti P_x e P_y).

Schema di corpo libero



Le equazioni di equilibrio sono

$$\begin{cases} N - P_y = 0 \\ P_x - F_a = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N = P_y = mg \cos \alpha \\ F_a = P_x = mg \sin \alpha \end{cases}$$

Occorre verificare ora se la forza di attrito F_a rispetta la condizione che sia minore della forza di attrito statico massima

$$F_a < F_{a,\max} = \mu_s N$$

cioè

$$P_x < \mu_s P_y$$

$$mg \sin \alpha < \mu_s mg \cos \alpha \rightarrow \sin \alpha < \mu_s \cos \alpha$$

Esempio numerico $m=10 \text{ kg}$ $P=98 \text{ N}$ $\alpha=36^\circ$ $\mu_s=0,80$

$$\begin{cases} N = 98 \cdot \cos 36^\circ = 79,3 \text{ N} \\ F_a = 98 \cdot \sin 36^\circ = 57,6 \text{ N} \end{cases}$$

La condizione $F_a < F_{a,\max} = \mu_s N$ porta a
 $57,6 < 0,80 \cdot 79,3 = 63,44$ VERIFICATA

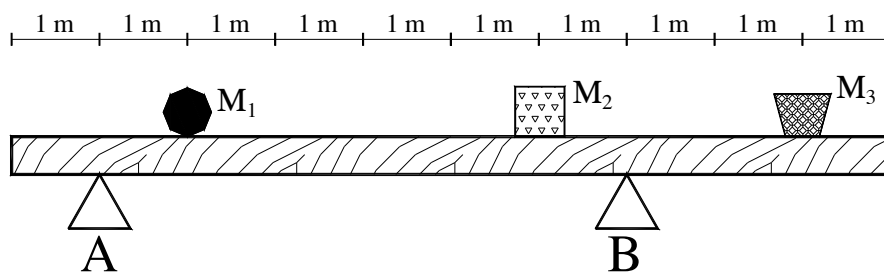
Il corpo rimane in equilibrio.

Caso corpo esteso che può ruotare

Condizione $\begin{cases} \vec{R} = 0 \\ \vec{M} = 0 \end{cases}$

Su un asse di legno di massa $m=12$ sono posti gli oggetti massa $M_1=24 \text{ kg}$, $M_2=36$ e $M_3=40$ nelle posizioni indicate in figura.

Calcolare le forze esercitate dagli appoggi A e B.



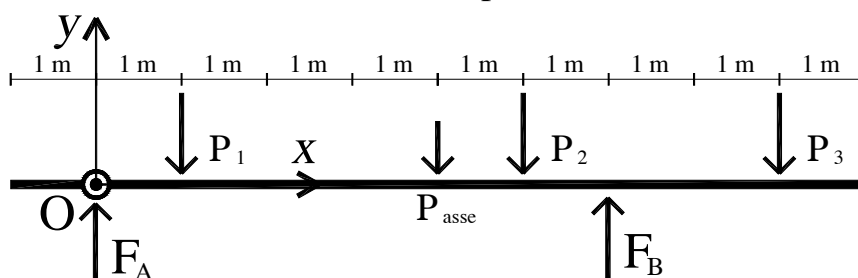
In questo caso bisogna considerare anche la rotazione del corpo e non è possibile utilizzare il “punto materiale” e bisogna considerare il corpo esteso

Per il calcolo dei momenti occorre scegliere il punto rispetto al quale calcolare i bracci delle forze. Quando si fa la ricerca dell’equilibrio alla rotazione questa scelta è arbitraria.

In questo caso il punto O è posto in corrispondenza di una delle due forze incognite(*).

O diventa l’origine del sistema di riferimento indicato in figura.






Schema di corpo libero



Per *facilitare* il calcolo dei momenti si può costruire la seguente tabella.

Il segno del momento è stabilito in base a come la Forza “gira” intorno al Centro di rotazione. Convenzionalmente in fisica e matematica si intendono POSITIVE le rotazioni ANTIORARIE pur potendo assumere la convenzione opposta

Si hanno allora i seguenti momenti:

Forza	Braccio	Rotazione	Momento
F_A	0		0
$P_1 = 24g$	1		$-24g$
$P_{asse} = 12g$	4		$-48g$
$P_2 = 36g$	5		$-180g$
F_B	6		$+6F_B$
$P_3 = 40g$	8		$-320g$

Le equazioni di equilibrio sono pertanto

$$R = 0 \rightarrow F_A + F_B - 12g - 24g - 36g - 40g = 0$$

$$M = 0 \rightarrow 0 - 24g - 48g - 180g + 6F_B - 320g = 0$$

che costituisce in sistema di 2 equazioni nella sua versione più semplice da risolvere, infatti dalla seconda equazione si ricava:

$$-572g + 6F_B = 0 \rightarrow 6F_B = 5605,6 \rightarrow F_B = 934,27N$$

Sostituendo il valore trovato per F_B nella prima equazione si ha:

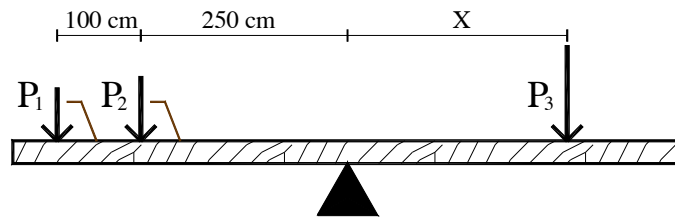
$$F_A + 934,27 - 112g = 0 \rightarrow F_A = 163,33N$$

(*) scegliendo per O un punto qualsiasi i calcoli si complicano un po'. Infatti nella seconda equazione dell'equilibrio dei Momenti compare anche l'incognita F_A e la risoluzione del sistema diventa più impegnativa

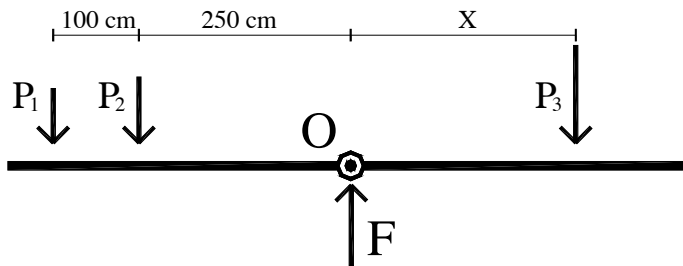
Caso Particolare: Equilibrio alla sola rotazione

CONDIZIONE $\vec{M} = 0$

L'ALTALENA. I due figli rispettivamente di massa $M_1 = 24$ kg e $M_2 = 36$ kg sono seduti nella parte sinistra dell'altalena alle distanze indicate in figura. A che distanza X si deve sedere la mamma di massa $M_3 = 64$ kg per mantenere in equilibrio l'altalena?



Schema di corpo libero



L'equazione all'equilibrio verticale in questo caso non ci dà la risposta desiderata: infatti possiamo scrivere

$$F - P_1 - P_2 - P_3 = 0 \rightarrow F = P_1 + P_2 + P_3 = 24g + 36g + 64g = 124g = 1215,2 \text{ N}$$

Ma non ci fornisce la distanza a cui si deve mettere la mamma per l'equilibrio

Va applicata la SOLA EQUAZIONE di equilibrio dei momenti

Senza moltiplicare le masse per g si ha:

$$24g \cdot 3,50 + 36g \cdot 2,50 = 64gX \quad \text{da cui}$$

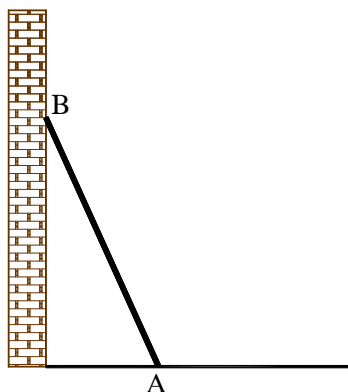
$$174g = 64gX \rightarrow 174 = 64X \rightarrow X = \frac{174}{64} \rightarrow X = 2,72 \text{ m}$$

UN ESERCIZIO DIFFICILE: LA SCALA APPOGGIATA ALLA PARETE

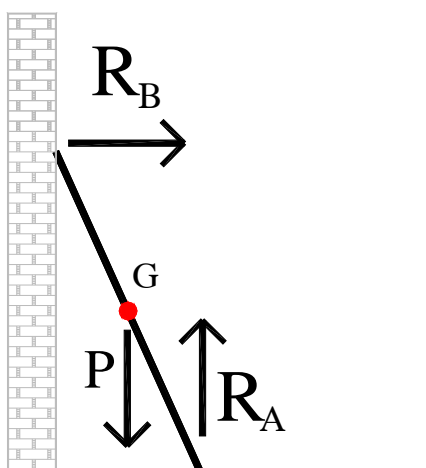
Caso corpo esteso che può ruotare

$$\text{Condizione} \begin{cases} \vec{R} = 0 \\ \vec{M} = 0 \end{cases}$$

Si ha una scala del tipo a pioli appoggiata sia sul pavimento in A che sulla parete in B



Le forze agenti sono il Peso P della scala e le reazioni del pavimento e della parete che agiscono PERPENDICOLARMENTE alla superficie. Si ha allora questa situazione



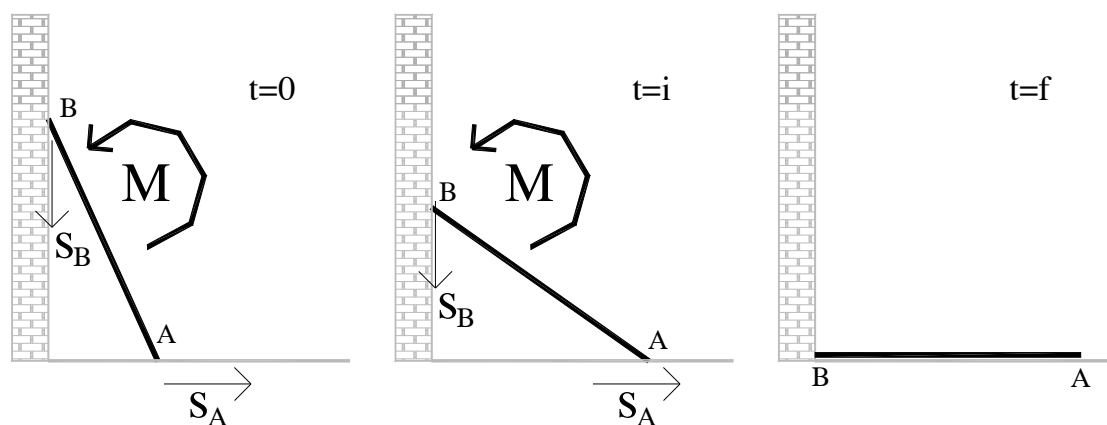
Il Peso della scala è applicato nel baricentro G della scala che coincide con il punto medio della scala.

Dall'equilibrio traslazionale $\vec{R} = 0$ si ha che

$$\begin{cases} R_A = P \\ R_B = 0 \end{cases}$$

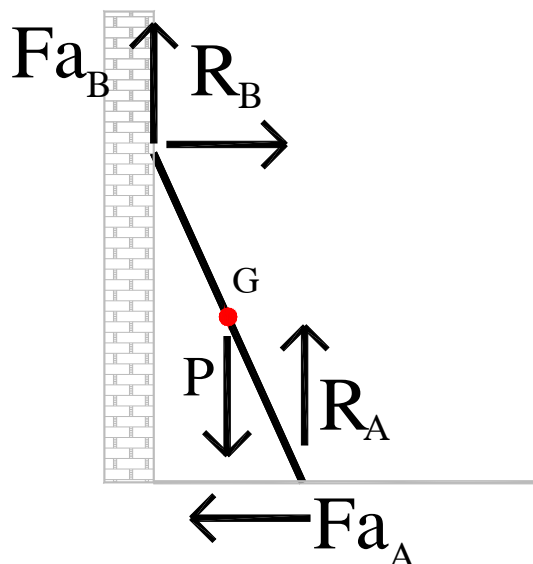
Ma la coppia di forze P e R_A produce un momento M diverso da zero. Quindi NON è soddisfatta la seconda equazione $\vec{M} = 0$

La conseguenza è che la scala scivola, il piede della scala (punto A) si sposta verso destra, la testa della scala, il punto B , si sposta verso il basso



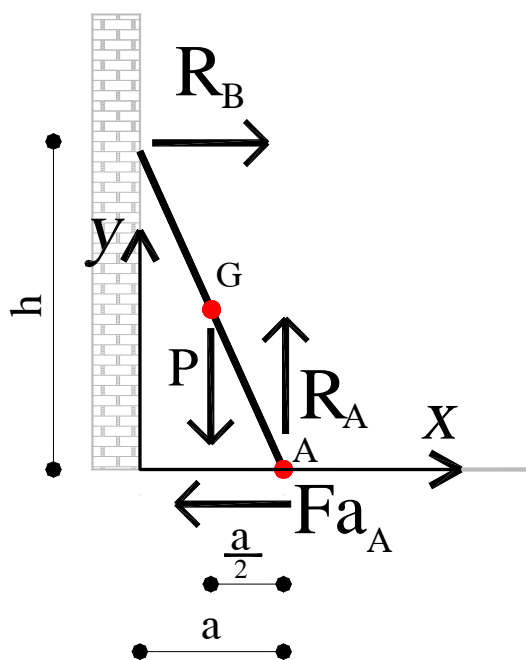
Per impedire lo scivolamento della scala entra in gioco l'attrito. La forza di attrito è diretta parallelamente alle superficie con VERSO opposto al movimento che la scala farebbe in assenza di attrito.

Lo schema delle forze è il seguente.



Il problema però così non è alla portata di uno studente liceale perchè NON E' RISOLUBILE in modo elementare (vedi nota) allora SI TRASCURA l'attrito prodotto sulla parete ovvero $Fa_B=0$

La situazione da considerare è la seguente:



ATTENZIONE La forza di attrito Fa_A non è uguale a $\mu_s R_A$: questo è solo il suo valore massimo.



Ora è possibile scrivere le equazioni di equilibrio in direzione X ed Y.

$$R_x = 0 \rightarrow R_A - P = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow R_B - Fa_A = 0$$

Per l'equilibrio alla rotazione si deve scegliere innanzitutto il punto rispetto al quale calcolare i momenti. La scelta del punto è arbitraria ma quella più "conveniente" è quella

del punto A.

Forza	Braccio	Rotazione	Momento
R_A	0		0
Fa_A	0		0
P	$\frac{a}{2}$		$+P\frac{a}{2}$
R_B	h		$-R_B h$

L'equazione di equilibrio è

$$M = 0 \rightarrow P\frac{a}{2} - R_B h = 0$$

Quindi si ha il sistema con TRE equazioni e TRE incognite R_A R_B e

$$\begin{cases} R_A - P = 0 \\ R_B - Fa_A = 0 \\ P\frac{a}{2} - R_B h = 0 \end{cases}$$

Il sistema tuttavia è di facile risoluzione

Dalla prima si ottiene $R_A = P$

Dalla terza si ottiene $R_B = P\frac{a}{2h}$

Dalla seconda si ottiene $Fa_A = R_B$ dove sostituendo si ha $Fa_A = P\frac{a}{2h}$

Occorre verificare ora se la forza di attrito Fa_A rispetta la condizione che sia minore della forza di attrito statico massima

$$Fa_A < F_{a,\max} = \mu_s N = \mu_s R_a = \mu_s P$$

$$\text{È } P\frac{a}{2h} < \mu_s P$$

Esempio numerico $m=10$ kg $P=98$ N $a=1$ m $h=3$ m $\mu_s=0,40$

$$\begin{cases} R_A = 98 \text{ N} \\ R_B = 16,33 \text{ N} \\ Fa_A = 16,33 \text{ N} \end{cases}$$

La condizione $Fa_A < F_{a,\max} = \mu_s N = \mu_s R_a = \mu_s P$ porta a

$$98 \frac{1}{2 \cdot 3} < 0,4 \cdot 98 \rightarrow 13,33 < 39,2 \quad \text{VERIFICATA}$$

La scala rimane in equilibrio.

Se invece abbiamo $m=10 \text{ kg}$ $P=98 \text{ N}$ $a=1 \text{ m}$ $h=3 \text{ m}$ $\mu_s=0,40$

$$\begin{cases} R_A = 98 \text{ N} \\ R_B = 147 \text{ N} \\ Fa_A = 147 \text{ N} \end{cases}$$

La condizione $Fa_A < F_{a,\max} = \mu_s N = \mu_s R_a = \mu_s P$ porta a

$$98 \frac{3}{2} < 0,4 \cdot 98 \rightarrow 147 < 39,2 \quad \text{NON VERIFICATA}$$

L'attrito non è sufficiente a mantenere la scala in equilibrio.

*NOTA Se si considera anche l'attrito della parete ci sarebbero 4 incognite con solo 3 equazioni. Matematicamente il sistema è indeterminato cioè non ha un'unica soluzione. Occorre trovare un'altra equazione ma con nozioni non da liceale.

**☞ SIETE PREGATI DI SEGNALARMI GLI ERRORI.
GRAZIE!**